EXERCICE N°1 :	40'	7 points	

I– Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $\begin{cases} f(x)=x\left(1+\ln^2(x)\right) & \text{si } x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Montrer que f est continue à droite en 0.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2°) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3°) a) Montrer que pour tout $x>0$, $f'(x)=\left(1+\ln(x)\right)^2$.

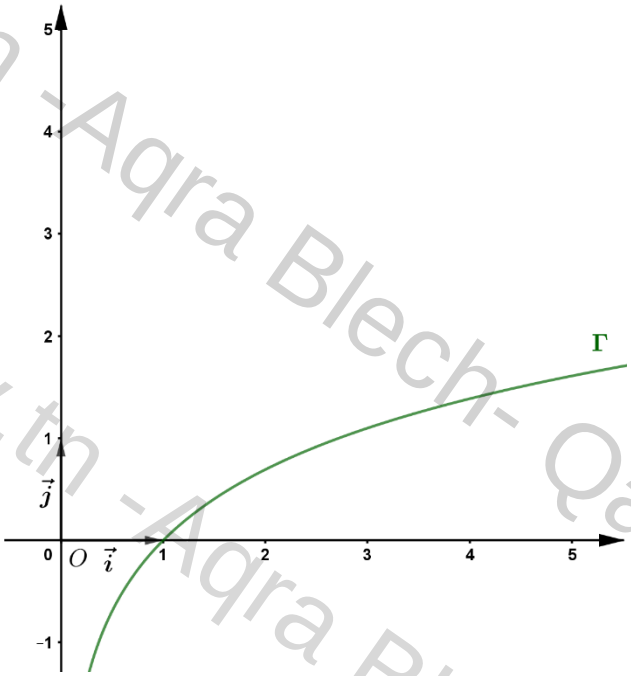
b) Dresser le tableau de variation de f.

4°) a) Montrer que la courbe $\mathscr{C}$ de f admet un point d'inflexion d'abscisse e^{-1}.

b) Donner une équation de la tangente T à la courbe $\mathscr{C}$ au point d'abscisse 1.

c) Etudier la position de $\mathscr{C}$ par rapport à T.

5°) Dans la figure ci-dessous on a représenté dans le repère $(O,\vec{i},\vec{j})$ la courbe Γ de la fonction $x\mapsto\ln x$.



a) Construire le point $A\left(e^{-1},f\left(e^{-1}\right)\right)$.

b) Tracer la tangente T ainsi que la courbe $\mathscr{C}$.

6°) a) Justifier que f réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

On note g^{-1} sa fonction réciproque.

b) Tracer dans le même repère la courbe $\mathscr{C}'$ représentative de g^{-1}.

Qarray.tn - Aqra Blech - Qarray.tn